



Instituto Tecnológico  
GeoMinero de España

**CONVENIO ITGE-ETSIMM  
(1989-92)**

**“DESARROLLO Y ADAPTACION  
DE TECNICAS INFORMATICAS Y  
DE SIMULACION NUMERICA  
APLICADAS A LAS AGUAS  
SUBTERRANEAS”**

**ANEXO 2.1 AL INFORME FINAL**

**“PAQUETE INTEGRADO DE  
SIMULACION EN MANEJO DE  
RECURSOS: Programa MEDA”**



MINISTERIO DE INDUSTRIA, COMERCIO Y TURISMO

37065



Instituto Tecnológico  
GeoMinero de España



Escuela Técnica Superior  
de Ingenieros de Minas

Informe:

Rev:

Fecha:

					/ /
--	--	--	--	--	-----

LABORATORIO DE SIMULACION NUMERICA Y METODOS INFORMATICOS



**ANEXO 24**  
**MODELO MEDA**

## INTRODUCCION AL MODELO MEDA

Los modelos de precipitación-escorrentía, así como los de precipitación nivel, conforman un grupo específico de herramientas de simulación que tienen por objeto prioritario la generación de series temporales de escorrentías, o en su caso, de niveles piezométricos, basándose en una serie de datos de precipitación y temperaturas asignables a la zona de estudio y al conjunto de parámetros físicos característicos que definen al sistema superficial y subterráneo.

Habida cuenta de la amplitud de la definición dada se comprende la diversidad de métodos y algoritmos que pueden integrarse en este grupo de modelos.

Desde el punto de vista del algoritmo a emplear, los modelos pueden ser continuos en tiempo y espacio, discretos en tiempo y continuos en espacio y su viceversa, o bien discretos en el tiempo y espacio.

Pueden ser adecuados para la generación de escorrentías superficiales, subterráneas y totales, niveles piezométricos en acuíferos y como estimadores de recargas.

Las fases de construcción y explotación de estas herramientas, son en términos generales:

- . **Identificación y análisis de datos.** Donde se estudian las cuencas, intercuenas o acuíferos a tratar, algoritmo y programa de ordenador, tipo de condiciones de borde, series a calibrar y simular, etc.

- . **Estimación de parámetros iniciales.** Se fija el rango de valores de parámetros físicos e hidrológicos que tienen que ser aplicados al modelo, haciendo uso de estudios y estimaciones complementarias.

- . **Ajuste o calibración.** Se varían los parámetros de ajuste entre los rangos establecidos hasta conseguir coincidencia, con arreglo a un criterio de error ordenado, entre valores reales medidos y los

calculados por el modelo.

. **Explotación del modelo. Simulación.** Con la herramienta calibrada, se simulan series reales o sintéticas de precipitación para reproducir series de análoga longitud y correspondencia en escurrimientos o niveles.

El grupo de modelos que a continuación se diseñan, están basados en el modelo MEDA (BGyM. T XCV-I. 1984. A. Iglesias) y son de particular utilización en el estudio de las descargas y variaciones piezométricas de acuíferos en base a los parámetros hidrogeológicos y geométricos que conforman el medio físico.

El modelo precursor de todos los que se incluyen en este trabajo, tienen un pormenorizado detalle en el artículo ya citado de Boletín Geológico y Minero de 1984, y en la publicación interna del I.T.G.E. MODELO MEDA. Versión 2.0. Diciembre 1988 del mismo autor.

En síntesis, se dispone de una serie de medidas de caudales mensuales de drenaje de un acuífero para un período corto de años (SQ).

Se dispone, asimismo, de una serie de precipitaciones sobre el área de recarga para un largo período de tiempo (SP), de tal suerte que el período de (SQ) esté comprendido en el de (SP).

El modelo MEDA (modelo para el estudio de descargas de acuíferos) pretende obtener, por restitución, una serie de caudales de descarga para el período largo (SP).

El caudal de una fuente, o la descarga de un acuífero en general, no se correlaciona con la precipitación con carácter mensual. Las descargas dependen del volumen almacenado en el acuífero, por encima de la cota de drenaje, y dicho volumen se correlaciona con las lluvias habidas en varios meses o

incluso en años anteriores.

Sin embargo, donde sin duda se establece una interdependencia clara, es entre la precipitación de un período y el volumen de descarga acontecido a lo largo del tiempo, como consecuencia de esta precipitación. Esta interdependencia se refleja en la fórmula general del modelo MEDA según:

$$Q_{i+1} = (M.P_i + N) \alpha + B.Q_i$$

o bien:

$$Q_{i+1} = M (P_i)^\alpha + B.Q_i$$

Es decir, el caudal de un mes es función del caudal del mes anterior y de la precipitación del mes anterior, quedando definido por cinco parámetros de ajuste:

M y P: Parámetros de la correlación.

$\alpha$ : Coeficiente de agotamiento.

B: Coeficiente de disminución mensual.

Q: Caudal inicial (puede darse al azar próximo a la media de la serie real).

Con lo dicho queda planteado el modelo MEDA.

Mediante la fórmula anterior puede calcularse los caudales de cada mes en base a la precipitación y caudales del mes anterior y a los parámetros característicos del acuífero. Los caudales se calculan de un modo iterativo y el cálculo se realiza para toda la serie (SP) de precipitaciones conocidas.

Los valores obtenidos para el período de caudales conocidos (SQ), se comparan con los reales medidos efectuándose así el proceso de calibración, mediante el oportuno cambio de los parámetros de ajuste: Q, B,  $\alpha$ , M y N.

- . Con M y N se gradúa la amplitud y situación de la escala.
- . Con  $\alpha$  y B se gradúan las pendientes de los agotamientos.

Cuando la calibración para el período conocido se considera satisfactoria, se dan por buenos los valores obtenidos para el resto de la serie.

Posteriormente, sucesivos análisis del modelo, han dado lugar a mejoras sustanciales en su formulación. La primera de las investigaciones condujo a analizar las deficiencias de utilizar únicamente la precipitación como elemento de correlación. Dicha precipitación, se presenta como causante directa del incremento de agua en el acuífero y sin embargo es la lluvia útil, diferencia entre precipitación y evapotranspiración real, la que forma parte de la recarga en el acuífero.

Las fórmulas de cálculo de lluvia útil en función de precipitación y temperatura y otros parámetros de clima y situación geográfica, son diversas, únicamente aproximadas y aplicables a regiones y climas concretos.

Después de analizar los valores de la ETP y ETR en España, a través de la "Guía resumida del clima de España". Instituto Nacional de Meteorología 1982 y "Evapotranspiraciones potenciales y balances de agua en España". Francisco Elias Castillo y Rafael Gimenez Ortiz 1965, se propone para aplicar al modelo MEDA:

$$\text{Lluvia útil} = P_i - (T_i)^\beta$$

para el mes  $i$ , donde  $\beta$  es un parámetro de calibración cuyo valor medio aproximado es 1.4, y podrá variar entre 1.3 y 1.6, siendo más adecuados los valores altos para zonas cálidas y los más bajos para las más frías.



En consecuencia, la recarga para el mes  $i$  vendrá dada por:

$$R_i = M (P_i - (T_i)^{\beta})^N$$

y el modelo MEDA tomará la forma:

$$Q_{i+1} = M (P_i - (T_i)^{\beta})^N \alpha + B.Q_i$$

Es posible también, incluir bombeos, como un volumen de agua que se extrae mensualmente, con la limitación, a veces insalvable, de que los bombeos no produzcan afecciones dinámicas al punto de descarga.

En este caso, y siendo  $W_i$  el volumen bombeado en el mes  $i$ , podría admitirse:

$$Q_{i+1} = M (P_i - (T_i)^{\beta})^N \alpha + B.Q_i - W_i \alpha$$

El modelo MEDA puede ser conceptualmente utilizado para el cálculo de otro tipo de modelos que genere, no series de caudales, sino series de niveles piezométricos, en base a la precipitación, temperatura y conjunto de parámetros característicos del sistema. Para este caso e hipótesis de acuífero libre se establece:

$$h_{i+1} = \sqrt{M(P_i - (T_i)^{\beta}) \frac{2x \cdot \alpha}{K} + B \cdot h_i^2 + (1-B)h_c^2}$$

Cuyos parámetros son:

M: Parámetro de correlación.

N: Parámetro de correlación.

$\beta$ : Parámetro de lluvia útil. Acotable.

$\alpha$ : Coeficiente de agotamiento. Acotable.

B: Coeficiente de disminución mensual. Fijo según  $\alpha$ .

x: Distancia piezómetro-borde descarga. Fijo.

K: Permeabilidad. Acotable.

$h_c$ : Altura hipotética del borde de drenaje. Acotable.

La fórmula anterior permite generar el nivel piezométrico representativo del mes (i+1), en un piezómetro situado a una distancia x del borde de descarga del acuífero, en función del nivel representativo del mes anterior (i), de la precipitación y temperatura de dicho mes (i), de una serie de parámetros característicos del sistema subterráneo (K,  $\alpha$ , B) y de un conjunto de parámetros de correlación climática (M, N,  $\beta$ ).

Constituye por tanto la fórmula fundamental del modelo MEDA de precipitación-nivel, para hipótesis de acuífero libre y recarga muy alejada del borde de drenaje. La estimación de  $\alpha$  tendría que llevarse a cabo a partir de las curvas de agotamiento.

O bien:

$$h_{i+1} = \sqrt{M(P_i - (T_i)^\beta)^N \frac{(2 - \frac{x}{L})\alpha x}{K} + B h_i^2 + (1 - B) h_c^2}$$

Que sustituirá a la relación anterior para el caso de considerar el punto de análisis próximo al borde de drenaje y existir una recarga por lluvia inmediata uniformemente distribuida.

Las hipótesis de acuífero cautivo, pueden desarrollarse del mismo modo que las de acuífero libre, con la salvedad de que no tendría sentido admitir recargas próximas por las propias características de confinamiento del acuífero.

$$h_{i+1} = M(P_i - (T_i)^N) \frac{\alpha \cdot x}{K \cdot b} + B \cdot h_i + (1 - B)h_c$$

Que restituye los niveles piezométricos para el caso de acuífero confinado y estando la recarga alejada del punto de análisis y del borde de drenaje.

#### APLICACION DEL MODELO AL USO CONJUNTO

En este apartado se plantea el mecanismo de utilización general del modelo MEDA y su aplicación al estudio de la utilización conjunta de aguas superficiales y subterráneas, para agricultura en particular.

Imagínese un acuífero carstico que tiene una reacción rápida ante la precipitación. Este acuífero se drena por una surgencia, o por un río. En cualquier caso, el cauce tiene aprovechamientos de agua, bien de demanda continua o bien de demanda variable.

En una primera hipótesis, puede suponerse que se dispone de medidas mensuales de caudales de drenaje de unos tres o cuatro años. Esta serie no es representativa, por ser demasiado corta, y no daría aviso de eventuales sequías y en consecuencia de la utilización verdadera del acuífero.

Se dispone sin embargo, de una serie larga de precipitaciones y temperaturas (treinta o cuarenta años). Es posible, en consecuencia, utilizar el modelo MEDA en su módulo de precipitación-temperatura-caudal configurando el sistema y calibrando las descargas.

El resultado es una serie de caudales simulados de descarga, de la misma longitud que la serie de precipitaciones y temperaturas. En esta serie simulada se puede estudiar que caudales y con que garantía van a poder ser realmente utilizados a lo largo del tiempo.

En una segunda hipótesis, imagínese que la surgencia está en un cauce de aguas superficiales y no se han podido aforar las aguas de procedencia subterránea. Sin embargo, se dispone de un piezómetro con medidas mensuales en los últimos tres o cuatro años.

En este caso, puede utilizarse el modelo MEDA en su módulo precipitación-temperatura-nivel, que con la adecuada configuración del sistema y calibración de evoluciones piezométricas dará, además de la serie histórica de niveles simulados, el valor de los parámetros de calibración que han permitido el ajuste.

Estos valores permiten entrar en el modelo MEDA de precipitación-temperatura-caudal y restituir a título orientativo la serie histórica de caudales.

Se está en consecuencia en las mismas condiciones de la hipótesis primera, aunque el proceso sea menos riguroso, por no ser directamente calibrable.

## UTILIZACION PRACTICA

A continuación se muestra el esquema de funcionamiento del modelo MEDA:

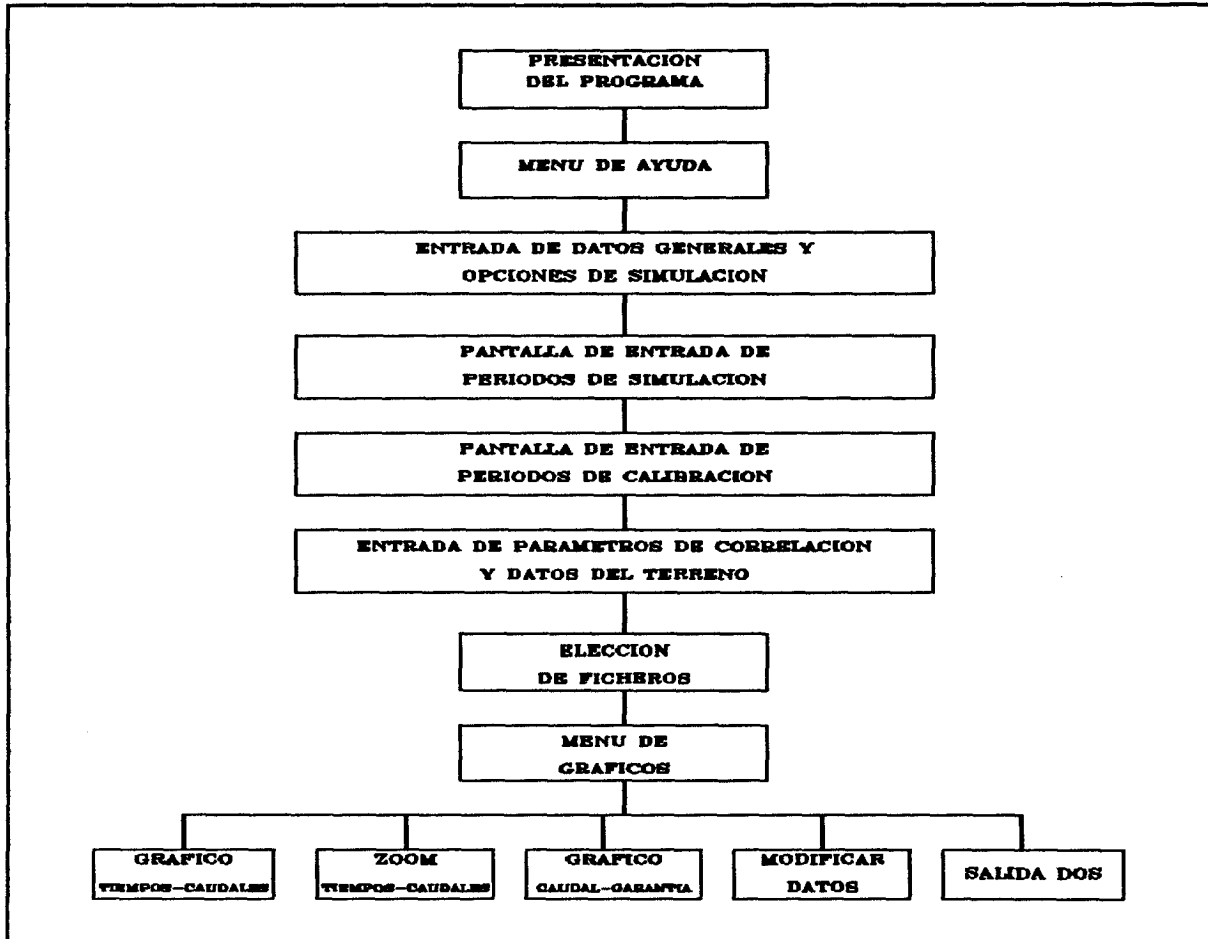


Figura 1. Esquema de funcionamiento.

El programa está en versión ejecutable y basta con teclear MEDA para entrar en él.

Al entrar en el programa la primera pantalla que aparece es de presentación general, pulsando cualquier tecla se pasa a la pantalla menú de ayuda al modelo.

En la siguiente pantalla se piden datos generales como se indica a continuación:

- Título primero del proyecto.
- Título segundo del proyecto.
- Tipo de pasada.
- Número de la pasada.

y además, se elige la opción de simulación entre las siguientes:

- Caudales (ajuste lineal).
- Caudales (ajuste potencial).
- Caudales (ajuste potencial) con lluvia útil.
- Niveles (ajuste potencial) con lluvia útil.
- Niveles (ajuste potencial) con lluvia útil y recarga uniforme.

Como se observa, se puede trabajar con caudales o con niveles piezométricos. En el caso de caudales, se puede elegir entre realizar un ajuste lineal o potencial y además se introduce la opción de lluvia útil. En los niveles el ajuste es potencial y se puede simular con recarga uniforme al acuífero.

Por último, en esta pantalla hay que elegir la periodicidad de la simulación, que puede ser mensual, semanal o diaria.

En la siguiente pantalla se piden datos relativos a la periodicidad de la simulación. En caso de ser ésta mensual habrá que introducir:

- Primer mes de simulación.
- Último mes de simulación.

- Primer año de simulación.
- Último año de simulación.

También hay que introducir la periodicidad para la calibración del modelo:

- Primer mes de calibración.
- Último mes de calibración.
- Primer año de calibración.
- Último año de calibración.
- Número de períodos de calibración.

En la siguiente pantalla se piden los parámetros de correlación y datos generales del terreno:

- Primer parámetro de correlación (M).
- Segundo parámetro de correlación (N).
- Tercer parámetro de correlación ( $\beta$ ).
- Coeficiente de agotamiento ( $\alpha$ ).
- Coeficiente de disminución (B).
- Caudal inicial ( $Q_0$ ).
- Permeabilidad (K).
- Nivel inicial ( $H_0$ ).
- Nivel constante en línea de drenaje ( $H_c$ ).
- Cota de fondo impermeable.
- Distancia línea de drenaje - límite impermeable.
- Distancia línea de drenaje - punto de análisis.

En la última pantalla de entrada de datos hay que introducir los ficheros de trabajo:

- Nombre del fichero de precipitaciones.
- Nombre del fichero de temperaturas.
- Nombre del fichero de bombeos.
- Nombre del fichero de serie real de caudales.
- Nombre del fichero de serie real de piezometría.
- Nombre del fichero de resultados.

Los resultados aparecen en el fichero de resultados con formato DIN A4 dispuestos para introducirlos en el informe correspondiente. Los ficheros se deben introducir con el siguiente formato:

P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10 P11 P12

P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10 P11 P12

.....

P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10 P11 P12

Por último se pasa al menú de gráficos con las siguientes opciones:

- Gráfico tiempos-caudales.
- Zoom del gráfico tiempos-caudales.
- Gráfico caudales-garantías.
- Modificar los datos de partida.
- Salida DOS.



A continuación se muestra un ejemplo del gráfico tiempos caudales:

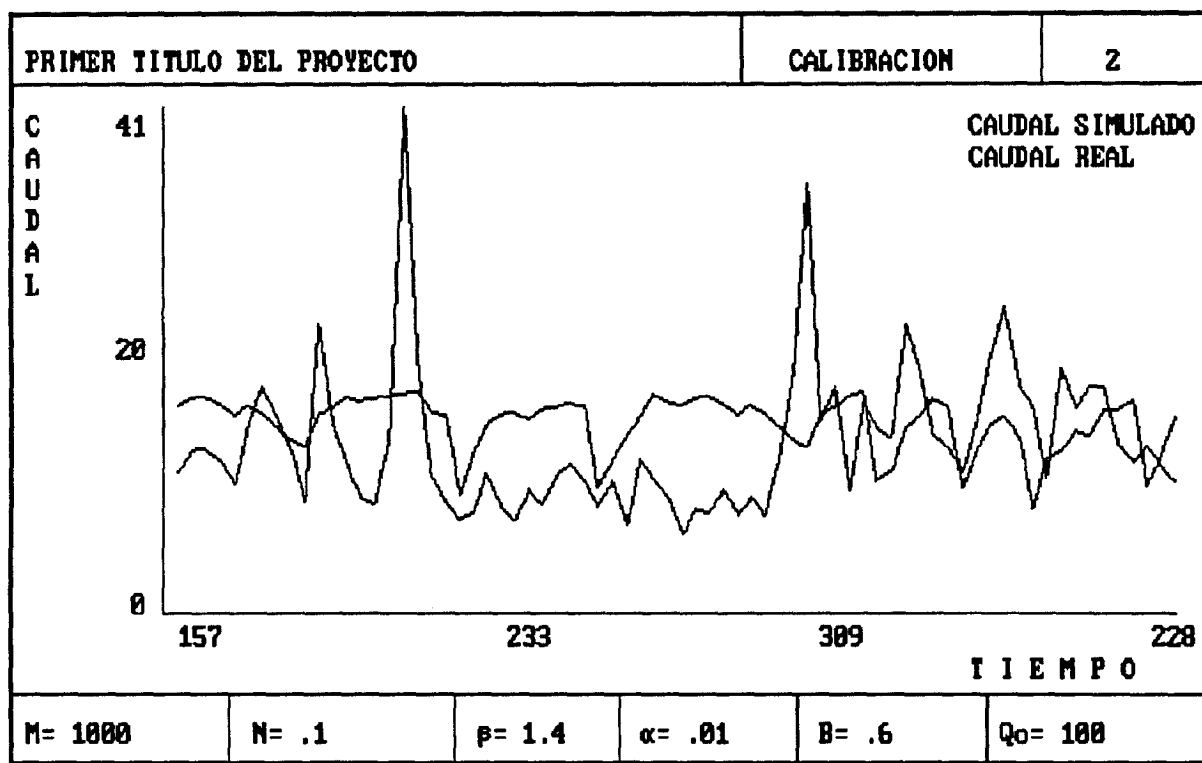


Figura 2. Salida gráfica del zoom tiempos caudales.

En sucesivas pasadas se intentaría aproximar ambas curvas retocando los parámetros de correlación.

Como conclusión de éste y otros modelos diría que no es posible simular el medio natural sin haberlo investigado y conocido, dentro de los límites permitidos por el alcance e infraestructura de las posibilidades de investigación humana actual. Por ello, se puede augurar tan poco éxito al matemático que simula la naturaleza sin haberla investigado, como al especialista en medio físico que desprecia la rica gama de posibilidades que a su trabajo ofrecen los métodos de simulación.

ANEXO

## APLICACIONES DEL MODELO "MEDA" EN LA UTILIZACION CONJUNTA DE AGUAS SUPERFICIALES Y SUBTERRANEAS.

Por ALFREDO IGLESIAS LOPEZ

- . Ingeniero de Minas.
- . Jefe de la Sección de Sistemas Informáticos. Dirección de Planificación y Control de Gestión de Instituto Tecnológico Geomínero de España
- . Profesor Asociado del Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas de Madrid.

*A Carlos*

### PRESENTACION

El presente trabajo forma parte de un conjunto de investigaciones y desarrollos metodológicos inéditos, iniciados por el autor desde 1982, relativos a la modelización Precipitación-Nivel y Precipitación-Escorrentia.

Los primeros resultados vieron su luz en 1984, a través de la publicación "Diseño de un modelo para el estudio de descargas de acuíferos. Modelo MEDA." (B.G. y M. T-XCV-I). Posteriores revisiones han sido difundidas en diversos cursos y conferencias y en los informes del Convenio de Investigación entre el IGME y la ETSIMM para el desarrollo de métodos numéricos aplicables a la investigación y gestión de las aguas subterráneas.

El modelo MEDA ha sido utilizado en algunos estudios en España y en el extranjero, siendo en Cuba donde su uso ha sido mas generalizado según referencian los profesores Armando Hernández Valdés y Diosdado Pérez Franco(ISPJE-La Habana).

La última revisión, que en el presente informe se desarrolla, ha sido realizada por el autor durante 1987 y 1988 dentro del convenio de investigación anteriormente citado y desea ser una contribución científica a mantener viva la memoria de Carlos Ruiz Celaa.

El programa del modelo MEDA al igual que los restantes programas del PAI (Paquete de apoyo informático a la hidrogeología), realizados dentro del Convenio, es absolutamente "open" pudiendo ser copiado cedido o transformado sin limitaciones. Únicamente queda prohibida la venta del programa, pero no de sus aplicaciones y se pide la oportuna referenciación al origen de datos en los diversos trabajos que se realicen.

**APLICACIONES DEL MODELO "MEDA" A LA UTILIZACION  
CONJUNTA DE AGUAS SUPERFICIALES Y SUBTERRANEAS.**

**INDICE**

1. CONCEPTOS EN USO CONJUNTO.
  2. CONCEPTOS EN MODELIZACION PRECIPITACION-ESCORRENTIA.
  3. DISEÑO CONCEPTUAL DEL MODELO "MEDA".
    - 3.1. Modelo MEDA de precipitación-caudal.
    - 3.2. Modelo MEDA de precipitación-nivel.
  4. PROGRAMA DE ORDENADOR Y MANUAL DE USUARIO.
  5. APLICACION DEL MODELO AL USO CONJUNTO.
    - 5.1. Guía operativa.
    - 5.2. Utilización de la subrutina REGA (regulación-garantía).
  6. SINTESIS Y RECOMENDACIONES.
- ANEXO. PROGRAMA DE ORDENADOR Y MANUAL DE USUARIO.

## 1. CONCEPTOS EN USO CONJUNTO

Debe entenderse por uso conjunto o utilización conjunta de aguas superficiales y subterráneas, a las diversas operaciones capaces de dejar satisfecha una necesidad en cantidad, calidad, espacio y tiempo, poniendo en juego elementos del sistema de recursos hidráulicos tanto superficial como subterráneo, integrados ambos en torno a una estrategia.

El uso conjunto aplicado a demandas agrícolas, tendrá la misma definición pero la estrategia a emplear será la adecuada para dejar satisfecha una necesidad, de estructura espacial y temporal, de tipo agrícola.

Dos conceptos parece preciso definir: regulación y sistema de recursos hidráulicos.

Regulación, es el proceso de adecuación de las aportaciones a las demandas en cantidad, calidad, espacio y tiempo.

La estructura de las aportaciones las define el ciclo hidrológico, mientras que la estructura de la demanda es acorde con las necesidades humanas.

En definitiva, regular no es obtener caudales continuos en el tiempo, que sería afín a regularidad, sino conseguir las cantidades de agua necesarias y con la calidad requerida en el lugar preciso del espacio y en el momento concreto en el tiempo en que la aplicación de agua es demandada.

La regulación va asociada al concepto de garantía, entendida tal, como la relación entre los periodos en que la demanda ha podido ser satisfecha y el número total de periodos en que volúmenes determinados de agua han sido requeridos para un uso concreto.

Un sistema de recurso hidráulicos es un conjunto de elementos de suministro, regulación, transporte, distribución y protección de la calidad del agua, que permite llevar a término el proceso de regulación en sentido amplio.

El manejo del sistema de recursos hidráulicos para el logro satisfactorio de un fin, requiere disponer de un conjunto de reglas operativas de actuación dentro de dicho sistema.

Estas reglas han sido obtenidas a lo largo del tiempo por múltiples caminos: la experiencia, cálculos y reglas sencillas, métodos analógicos, etc.

En la actualidad, con el impresionante desarrollo de los sistemas de recursos hidráulicos y la diversidad en los usos y aplicaciones del agua, solo las herramientas de simulación permiten definir un conjunto de reglas operativas verdaderamente eficaz.

En ningún caso deberá entenderse, ni siquiera sospecharse, que las herramientas de simulación solucionarán todos los problemas, o que serán las que, de alguna manera decidan y controlen la operación.

Son la experiencia y el conocimiento de los sistemas, la base de un proceso, en que el medio físico y constructivo es cuantificado mediante los métodos numéricos. Métodos, que en esencia y aun siendo indispensables, no son más que simples herramientas de apoyo en la toma de decisiones, con las que el técnico tiene la posibilidad de decidir y asumir su propio error.

En este trabajo se diseña una herramienta numérica de simulación y se aplica a operaciones de uso conjunto frente a demandas agrícolas.

## 2. CONCEPTOS EN MODELIZACION PRECIPITACION-ESCORRENTIA.

Los modelos de precipitación-escorrentía, así como los de precipitación-nivel, conforman un grupo específico de herramientas de simulación que tienen por objetivo prioritario la generación de series temporales de escorrentías, o en su caso, de niveles piezométricos, basándose en la serie de datos de precipitación y temperatura asignables a la zona en estudio y al conjunto de parámetros físicos característicos que definen al sistema superficial y subterráneo.

Habida cuenta de la amplitud de la definición dada se comprende la diversidad de métodos y algoritmos que pueden integrarse en este grupo de modelos.

Desde el punto de vista del algoritmo a emplear, los modelos pueden ser continuos en tiempo y espacio, discretos en tiempo y continuos en espacio y su viceversa, o bien discretos en el tiempo y espacio.

Pueden ser adecuados para la generación de escorrentías superficiales, subterráneas y totales, niveles piezométricos en acuíferos y como estimadores de recargas.

Las fases de construcción y explotación de estas herramientas, son en términos generales las cuatro siguientes:

- . **Identificación y análisis de datos.**  
Donde se estudia las cuencas, intercuenas o acuíferos a tratar, algoritmo y programa de ordenador, tipo de condiciones de borde, series a calibrar y simular, etc.
- . **Estimación de parámetros iniciales.**  
Se fija el rango de valores de parámetros físicos e hidrológicos que tienen que ser aplicados al modelo, haciendo uso de estudios y estimaciones complementarias.
- . **Ajuste o calibración.**  
Se varían los parámetros de ajuste entre los rangos establecidos hasta conseguir coincidencia, con arreglo a un criterio de error ordenado, entre valores reales medidos y los calculados por el modelo.
- . **Explotación del modelo. Simulación.**  
Con la herramienta calibrada, se simulan series reales o sintéticas de precipitación para reproducir series de análoga longitud y correspondencia en escorrentías o niveles.

El grupo de modelos que a continuación se diseñan, están basados en el modelo MEDA (BGYM. T XCV-I. 1984. A. Iglesias) y son de particular utilización en el estudio de las descargas y variaciones piezométricas de acuíferos en base a los parámetros hidrogeológicos y geométricos que conforman el medio físico.



### 3. DISEÑO CONCEPTUAL DEL MODELO "MEDA".

#### 3.1. Modelo MEDA de Precipitación-Caudal

Este modelo, precursor de todos los que se incluyen en este trabajo, tienen un pormenorizado detalle en el artículo ya citado del Boletín Geológico y Minero de 1984.

En síntesis, se dispone de una serie de medidas de caudales mensuales de drenaje de un acuífero para un período corto de años (SQ).

Se dispone, asimismo, de una serie de precipitaciones sobre el área de recarga para un largo período de tiempo (SP), de tal suerte que el período de (SQ) esté comprendido en el de (SP).

El modelo MEDA (modelo para el estudio de descargas de acuíferos) pretende obtener, por restitución, una serie de caudales de descarga para el período largo (SP).

El caudal de una fuente, o la descarga de un acuífero en general, no se correlaciona con la precipitación con carácter mensual. Las descargas dependen del volumen almacenado en el acuífero, por encima de la cota de drenaje, y dicho volumen se correlaciona con las lluvias habidas en varios meses o incluso en años anteriores.

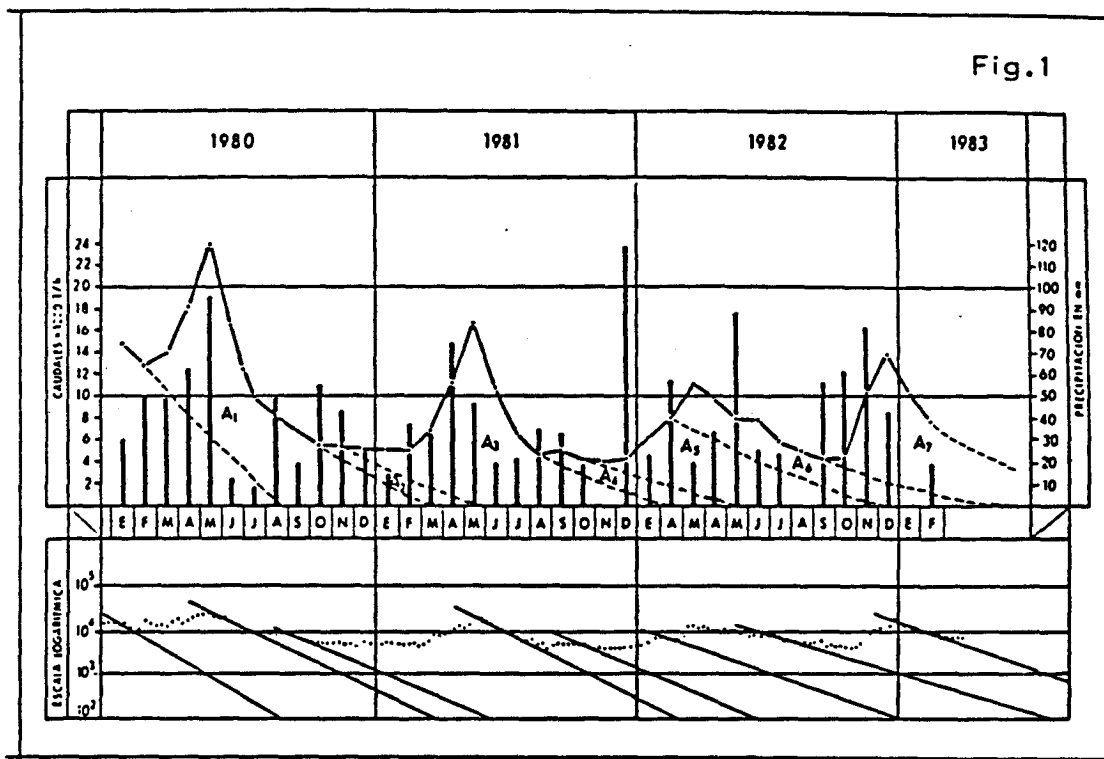
Sin embargo, donde sin duda se establece una interdependencia clara, es entre la precipitación de un período y el volumen de descarga acontecido a lo largo del tiempo, como consecuencia de esta precipitación.

El método para calcular el volumen de descarga consecuente a una precipitación dada, puede encontrarse en el informe del Instituto Geológico y Minero de España "Estudio del manantial de Alomartes". Plan de Urgencia de Andalucía. Emilio Castillo (INGEMISA) 1981.

El hidrograma de una de las fuentes estudiadas para el período conocido SQ se incluye en la fig. 1, en escalas, natural y semilogarítmica, junto a las precipitaciones mensuales acontecidas en el mismo período.

Las rectas de agotamiento del gráfico semilogarítmico, se extrapolan en el natural, pudiendo observarse que, entre cada dos agotamientos queda limitada un área A.

Esta área, representa el volumen de agua descargado por el acuífero como consecuencia de la precipitación caída en el período comprendido entre el final de un agotamiento y el principio del siguiente.



Dado que la precipitación y el volumen descargado son causa y efecto respectivamente, podría intentarse correlacionarlos estadísticamente. De este modo, en base a la serie de precipitaciones, podrían restituirse los caudales de descarga del acuífero para el mismo período.

Los valores que se obtienen para el coeficiente de correlación en los diversos casos estudiados, son muy altos, del orden de 0.9, tanto con correlación ortogonal como potencial, habiéndose obtenido resultados parecidos, en el citado como bibliografía anteriormente (Correlación potencial  $r = 0.83$ . E. Castillo 1981).

En consecuencia puede admitirse que, el volumen descargado puede relacionarse con la precipitación mediante expresiones sencillas, del tipo

$$V = m P + n \quad \text{o bien} \quad V = m P^a$$

V=volumen descargado en un tiempo indefinido, consecuencia de una precipitación P.

m y n = parámetros adimensionales.

Estas relaciones, se han obtenido para los casos "medibles" del hidrograma, comprendidos entre el final de un agotamiento y el principio del otro, como se ha visto, pero puede admitirse que existe la misma correlación entre la precipitación de un mes y el volumen que se descarga como consecuencia de ésta precipitación, que es en definitiva el mismo concepto.

El segundo paso a dar, es el estudio de la curva de agotamiento.

Tal y como es bien conocido, la función más usualmente ajustable para dicha curva, viene dado por:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$$

$Q_0$  = Valor del caudal a tiempo inicial

$Q$  = Caudal en el instante  $t$

$t$  = Tiempo

$\alpha$  = Coeficiente de agotamiento, característico del acuífero

Por tanto

$$\log Q = \log Q_0 - \alpha \cdot t \cdot \log e$$

$$\log Q = \log Q_0 - K \cdot t \tag{1}$$

Que representada en escala semilogarítmica es una recta de pendiente

$$K = \alpha \cdot \log e$$

$$K = 0.4343\alpha$$

que permite obtener el valor del coeficiente de agotamiento por el procedimiento clásico. De la expresión (1), pueden obtenerse algunas conclusiones prácticas:

$$\log \left( \frac{Q}{Q_0} \right) = -Kt$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \text{antilog} \cdot (-Kt) = B = \text{Constante}$$

Es decir, puede establecerse que, el caudal en un momento dado es función del caudal de un período anterior multiplicado por un coeficiente  $B$  comprendido entre 0 y 1.

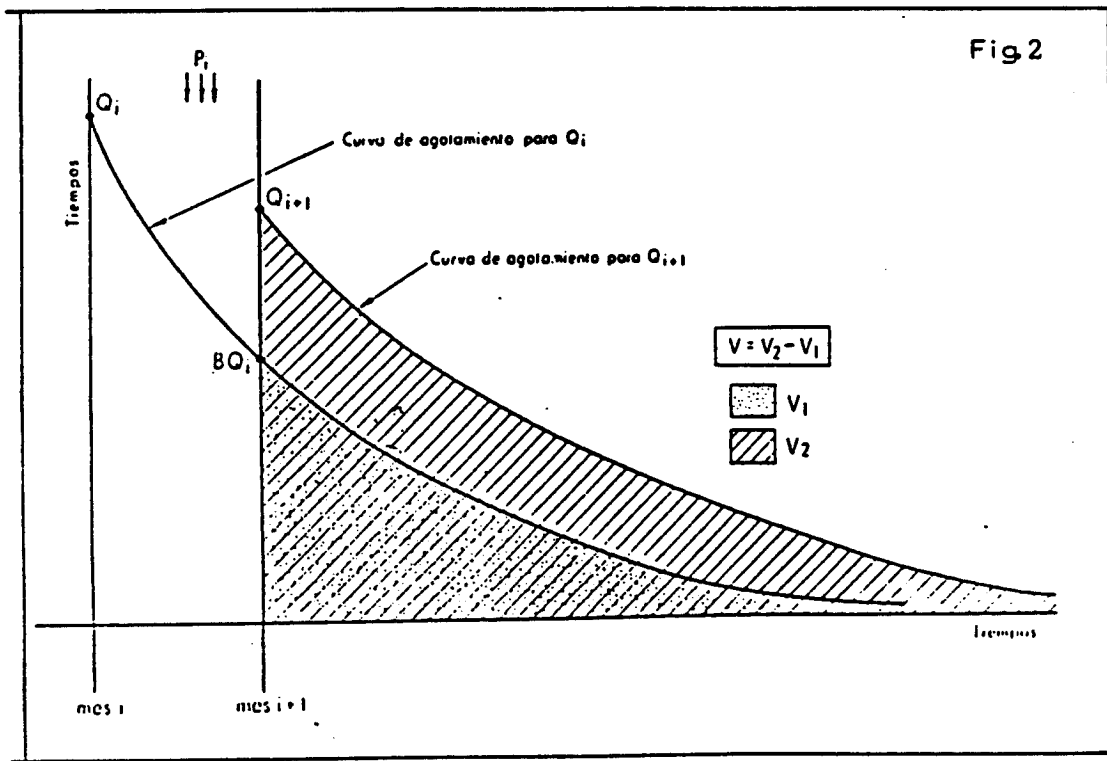
Si el período es de un mes:

$$\frac{Q}{Q_0} = \text{antilog}(-30K)$$

En este caso se definirá B como el "coeficiente de disminución mensual", y será un valor comprendido entre 0 y 1, tal que al multiplicarlo por el caudal de un mes, se obtendría el caudal al siguiente mes en ausencia de recarga.

Para el ejemplo expuesto en la fig. 1, los valores de B obtenidos oscilan entre 0.50 y 0.66, lo que implica que, en el período de agotamiento, el caudal de descarga está comprendido entre el 50% y el 66% del caudal del mes anterior.

La última etapa del diseño del modelo MEDA, se llevará a cabo con ayuda de la fig. 2.



En el mes  $i$ , el caudal de descarga es  $Q_i$ . Si no existiera recarga en este mes, el caudal del mes  $i+1$ , sería  $BQ_i$ .

Sin embargo, dado que puede existir una precipitación  $P_i$ , el caudal tendrá en realidad un valor superior en el mes  $i+1$ :  $Q_{i+1}$ .

La precipitación  $P_i$ , incrementará el volumen almacenado en el acuífero en una cantidad equivalente al área comprendida entre las dos curvas de agotamiento representadas.

El cálculo de este volumen puede realizarse por sustracción entre las áreas limitadas entre las curvas de agotamiento y el eje de tiempos.

El volumen almacenado cuando el caudal vale  $Q_{i+1}$  viene dado por:

$$V_2 = \int_0^{\infty} Q_{i+1} \cdot e^{-\alpha \cdot t} dt = \frac{Q_{i+1}}{\alpha}$$

En este mismo momento, el volumen almacenado como consecuencia del caudal  $Q_i$  del mes anterior será:

$$V_1 = \int_0^{\infty} BQ_i \cdot e^{-\alpha \cdot t} dt = \frac{B \cdot Q_i}{\alpha}$$

El volumen  $V$ , que se ha almacenado como consecuencia de las lluvias del mes  $P_i$  será:

$$V = V_2 - V_1 = \frac{Q_{i+1}}{\alpha} - \frac{B \cdot Q_i}{\alpha}$$

Naturalmente se pretende calcular  $Q_{i+1}$

$$Q_{i+1} = V \cdot \alpha + BQ_i$$

Pero  $V_i$  es el volumen de descarga consecuencia de la precipitación del mes y como se ha visto, es ajustable por correlación ortogonal o potencial:

$$V = MP_i + N$$

ò bien

$$V = M(P_i)^N$$

Por tanto

$$Q_{t-1} = (MP_t + N)\alpha + BQ_t \quad \text{obien, } Q_{t-1} = M(P_t)^n \cdot \alpha + BQ_t \quad (2)$$

Es decir, el caudal de un mes es función del caudal del mes anterior y de la precipitación del mes anterior, quedando definido por cinco parámetros de ajuste:

M y P : Parámetros de la correlación

$\alpha$  : Coeficiente de agotamiento

B : Coeficiente de disminución mensual (ligado a  $\alpha$ )

Q : Un caudal inicial dado al azar que solo influirá en los valores de

unos pocos meses siguientes, caso de ser conocido, puede darse un valor real.

Con lo dicho queda planteado el modelo MEDA.

Mediante la fórmula (2) puede calcularse los caudales de cada mes en base a la precipitación y caudales del mes anterior y a los parámetros característicos del acuífero.

Cada caudal calculado será de un modo iterativo, el caudal de entrada del mes siguiente.

El cálculo se realiza para toda la serie (SP) de precipitaciones conocidas.

Los valores obtenidos para el período de caudales conocidos SQ, se comparan con los reales medidos (fig. 3) efectuándose así el proceso de calibración, mediante el oportuno cambio de los parámetros de ajuste: Q, B,  $\alpha$ , M y N.

. Con M y N se gradúa la amplitud y situación de la escala.

. Con  $\alpha$  y B se gradúan las pendientes de los agotamientos.

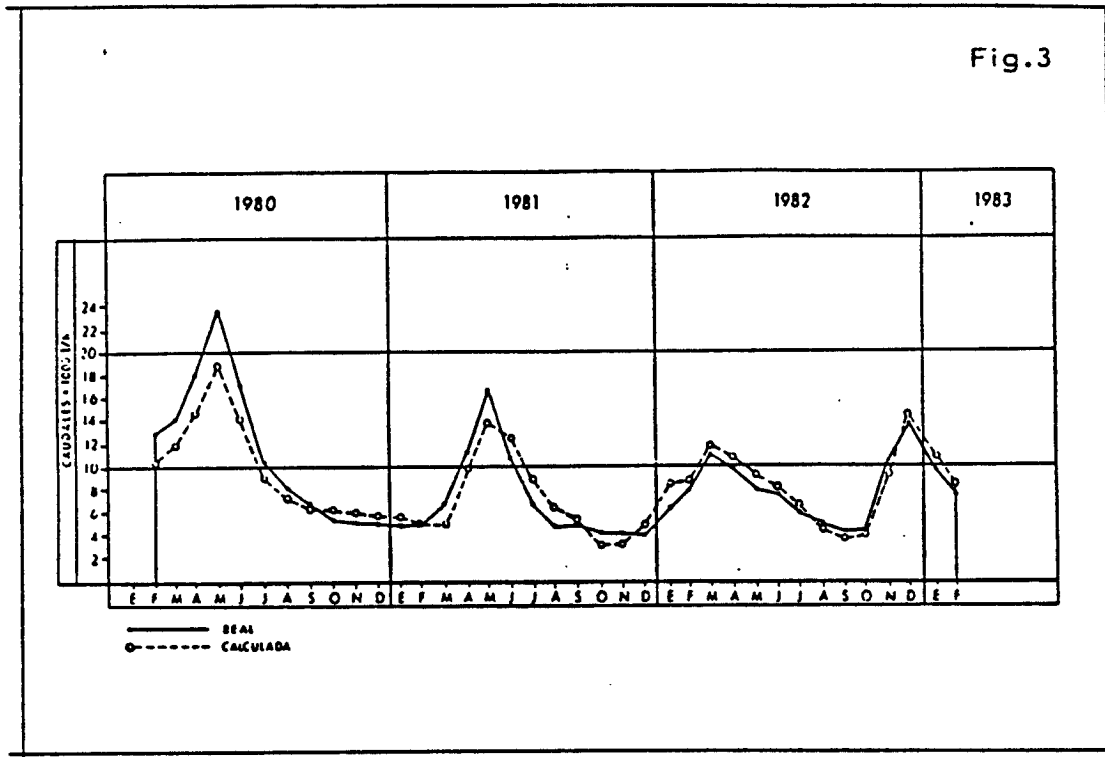
Cuando la calibración para el período conocido se considera satisfactoria, se dan por buenos los valores obtenidos para el resto de la serie.

Las pruebas efectuadas con este modelo son en general satisfactorias, pero deben formularse las siguientes consideraciones:

. Es necesario disponer de un hidrograma, para un período suficientemente representativo, en el que existan valores de precipitación máximas y mínimas.

. Hay que estudiar convenientemente los parámetros B y  $\alpha$  del acuífero y no permitir que la calibración se efectúe con valores fuera de rango entre los calculados.

Admitir que estos parámetros, pueden tener diversos valores, según el estado de niveles en el acuífero y que deben introducirse en el programa con los oportunos bloques condicionales.



La correlación lineal (ortogonal) tiene un rango de validez. Para valores demasiado bajos, puede dar resultados anómalos e incluso negativos, que deben ser igualados a cero en el programa.

La correlación potencial e incluso la lineal, puede dar subidas demasiado altas, para rangos muy altos de la precipitación, sobre todo en meses de verano que tengan lluvias anormalmente altas.

El modelo, tiene aplicación a acuíferos que reaccionen con la precipitación de un modo rápido, independientemente de que su agotamiento sea lento.

Posteriormente, sucesivos análisis del modelo, han dado lugar a mejoras sustanciales en su formulación. La primera de las investigaciones, condujo a

analizar las deficiencias de utilizar únicamente la precipitación como elemento de correlación. Dicha precipitación, se presenta como causante directa del incremento de agua en el acuífero y sin embargo es la lluvia útil, diferencia entre precipitación y evapotranspiración real, la que forma parte de la recarga en el acuífero.

Las fórmulas de cálculo de lluvia útil en función de precipitación y temperatura y otros parámetros de clima y situación geográfica, son diversas, únicamente aproximadas y aplicables a regiones y climas concretos.

Después de analizar los valores de la ETP y ETR en España, a través de "Guía resumida del clima en España". Instituto Nacional de Meteorología 1982" y "Evapotranspiraciones potenciales y balances de agua en España. Francisco Elías Castillo y Rafael Gimenez Ortiz 1965", se propone para aplicar al modelo MEDA:

$$\text{Lluvia útil} = P_i - (T_i)^\beta$$

para el mes  $i$ , donde  $\beta$  es un parámetro de calibración cuyo valor medio aproximado es 1.4, y podrá variar entre 1.3 y 1.6, siendo más adecuados los valores altos para zonas cálidas y los más bajos para las más frías.

En consecuencia, la recarga para el mes  $i$ , vendrá dada por:

$$R_i = M(P_i - (T_i)^\beta)^N$$

y el modelo MEDA tomará la forma:

$$Q_{i+1} = M(P_i - (T_i)^\beta)^N \cdot \alpha + BQ_i$$

(A. Iglesias. 1985.)

Es posible también, incluir bombeos, como un volumen de agua que se extrae mensualmente, con la limitación, a veces insalvable, de que los bombeos no produzcan afecciones dinámicas al punto de descarga.

En este caso, y siendo  $W_i$  el volumen bombeado en el mes  $i$ , podría admitirse:

$$Q_{i+1} = M(P_i - (T_i)^\beta)^N \cdot \alpha + BQ_i - W_i \cdot \alpha$$

(A. Iglesias. 1985)

Otra de las posibilidades que pueden ser incluidas en este modelo es la de calibración automática de sus parámetros. El Método, está desarrollado haciendo uso del algoritmo de Marquard y puede ser analizado en el documento informe de 1985 del Convenio entre el IGME y el Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos de la ETSIM (Programa "Marq". Elorza Tenreiro, Javier. 1985.



Asímismo, se han investigado métodos de tratamiento de la nieve, haciendo uso de acumuladores (Cueva Lobelle, Juan Manuel e Iglesias López, Alfredo. 1985) y métodos de correlación múltiple entre los caudales y la precipitación de un conjunto de meses anteriores (Cueva Lobelle, J.M. y Elorza Tenreiro, J. 1985).

En cualquier caso, la calibración automática, puede ser de gran utilidad, pero en ningún caso deben dejarse variar los parámetros libremente, sino que es preciso acotar los valores máximo y mínimo en que deben moverse, en función de la experimentación y de los datos que se tengan del acuífero.

Queda por último indicar, que el modelo MEDA de precipitación-caudal, puede y debe generalizarse. En principio, la correlación potencial se ha declarado como más útil que la lineal y en cualquier caso, determinados valores de los parámetros de ajuste, M y N en la potencial tendrán diferencias cuantitativas con el ajuste lineal de muy poca entidad en general, y para el caso de la forma que adopta el valor de la infiltración frente a la precipitación.

Debe adoptarse en consecuencia, la fórmula de ajuste potencial de una manera generalizada. De igual modo, es mucho más realista el cálculo mediante lluvia útil que mediante simple precipitación y da mejores ajustes en todas las circunstancias. Además, el caso de cálculo con precipitación es un caso particular del que utiliza lluvia útil para  $T=0$ .

Luego en términos generales:

$$Q_{i-1} = M(P_i - (T_i)^f)^N \cdot \alpha + BQ_i - W_{i-1} \cdot \alpha$$

En ausencia de bombeos  $W_i = 0$

y

$$Q_{i-1} = M(P_i - (T_i)^f)^N \cdot \alpha + BQ_i$$

que es la fórmula más general y utilizable del modelo MEDA, y que sólo en el caso de que no se disponga de temperatura o quiera utilizarse precipitación en lugar de lluvia útil, con  $T=0$  se reduciría a:

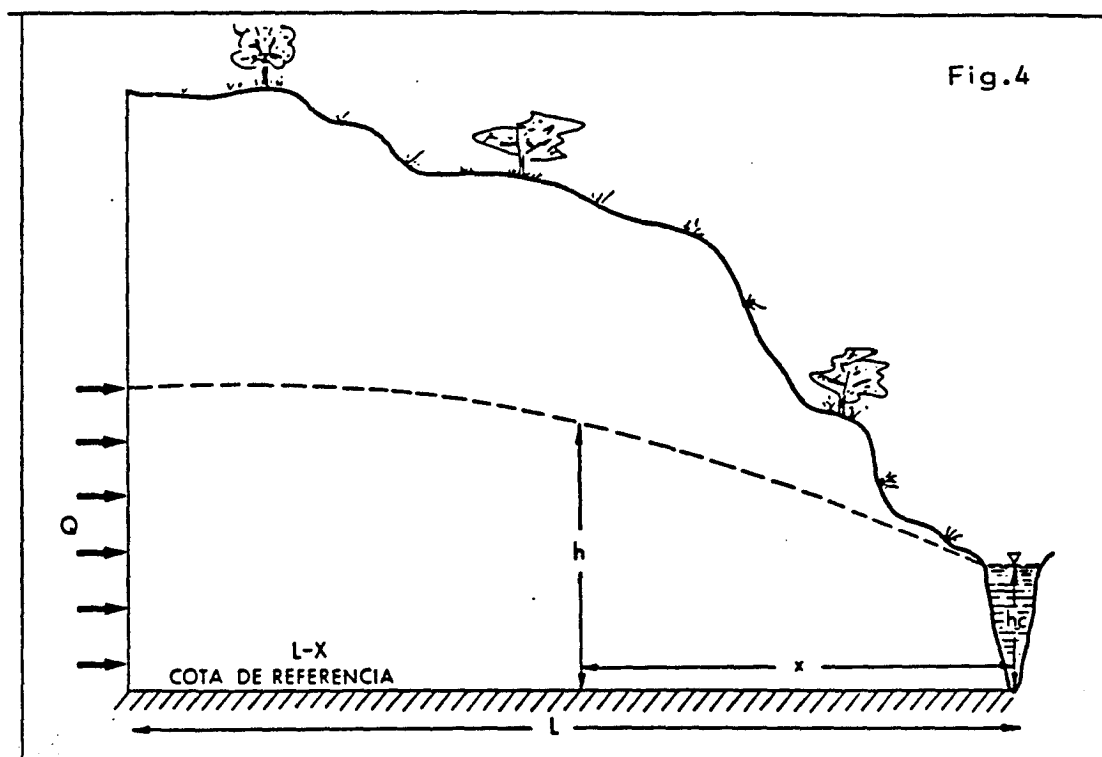
$$Q_{i-1} = M(P_i)^N \cdot \alpha + BQ_i$$

### 3.2 Modelo MEDA de precipitación-nivel

El modelo MEDA, descrito en el apartado anterior, puede ser conceptualmente utilizado, para el diseño de otro tipo de modelo que genere, no series de caudales, sino series de niveles piezométricos, en base a la precipitación, temperatura y conjunto de parámetros característicos del sistema.

Es igual de sencillo que el anterior, y se le denominará "modelo MEDA de precipitación-nivel".

Se considerará un acuífero libre con dos hipótesis: la primera se representa en la figura 4.



Se supone un acuífero libre con un canal o borde de descarga a una distancia L de su límite impermeable. La recarga se efectúa muy alejada del borde de drenaje, por lo que en la zona de estudio, próxima a dicho borde, se puede suponer que la atraviesa la totalidad de la recarga del acuífero.

Los caudales de drenaje del acuífero pueden relacionarse con los niveles piezométricos en el mismo, mediante la ley de Darcy:

$$Q = Kh \frac{dh}{dx}$$

Siendo:

$Q$  = Caudal de drenaje  
 $K$  = Permeabilidad del medio  
 $h$  = Nivel piezométrico en un punto  
 $x$  = Distancia de un punto al borde de drenaje

Puede escribirse:

$$Q dx = K h dh$$

Como para  $x = 0$  ,  $h = h_c$

y para  $x = x$  ,  $h = h$

puede integrarse según:

$$\int_0^x Q dx = \int_{h_c}^h K h dh$$

Luego:

$$Q x = k \frac{(h^2 - h_c^2)}{2}$$

$$Q = \frac{K}{2x} (h^2 - h_c^2)$$

Se puede establecer en consecuencia, considerando equilibrios mensuales:

$$Q_{i-1} = \frac{K}{2x} (h_{i-1}^2 - h_c^2)$$

$$Q_i = \frac{K}{2x} (h_i^2 - h_c^2)$$

Es decir, en el modelo precipitación-caudal, se admitía que el caudal de drenaje en un mes  $i$ , era consecuencia de la recarga motivada por las lluvias del mes anterior ( $i-1$ ).

Ahora se admitirá, acorde con la realidad del medio físico, que el caudal en el mes  $i$ , es consecuencia directa del estado de niveles en el mismo mes  $i$ .

Sustituyendo en la fórmula general del modelo MEDA:

$$Q_{i+1} = M(P_i - (T_i)^\beta)^N \alpha + BQ_i$$

Con los valores de  $Q_i$  y  $Q_{i+1}$  obtenidos se tiene:

$$\frac{K}{2x}(h_{i+1}^2 - h_c^2) = M(P_i - (T_i)^\beta)^N \alpha + \frac{BK}{2x}(h_i^2 - h_c^2)$$

Operando y simplificando:

$$h_{i+1}^2 = M(P_i - (T_i)^\beta)^N \frac{(2x \cdot \alpha)}{K} + Bh_i^2 + (1 - B)h_c^2$$

$$h_{i+1} = \sqrt{\left( M(P_i - (T_i)^\beta)^N \frac{(2x \cdot \alpha)}{K} + Bh_i^2 + (1 - B)h_c^2 \right)} \quad (1)$$

Cuyos parámetros son:

- M = Parámetro de correlación
- N = Parámetro de correlación
- $\beta$  = Parámetro de lluvia útil. ACOTABLE
- $\alpha$  = Coeficiente de agotamiento. ACOTABLE
- B = Coeficiente de disminución mensual. FIJO según  $\alpha$
- x = Distancia piezómetro-borde descarga. FIJO
- K = Permeabilidad. ACOTABLE
- $h_c$  = Altura hipotética del borde de drenaje. ACOTABLE

La fórmula (1) permite generar el nivel piezométrico representativo del mes (i+1), en un piezómetro situado a una distancia x del borde de descarga del acuífero, en función del nivel representativo del mes anterior (i), de la precipitación y temperatura de dicho mes (i), de una serie de parámetros característicos del sistema subterráneo. (K,  $\alpha$ , B) y un conjunto de parámetros de correlación climática (M, N y  $\beta$ ).

Constituye por tanto la fórmula fundamental del modelo MEDA de precipitación-nivel, para hipótesis de acuífero libre y recarga muy alejada del borde de drenaje. La estimación de  $\alpha$  tendría que llevarse a cabo a partir de las curvas de agotamiento suponiendo que no se dispone de caudales de drenaje, sino únicamente de medidas de nivel piezométrico, sería preciso buscar, un estimador de  $\alpha$ .

Para ello, puede establecerse una vez más:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$$

y siguiendo criterios análogos a los expuestos. DARCY (ancho unitario):

$$Q = K \cdot h \frac{dh}{dx}$$

$$Q_0 = K \cdot h_0 \frac{dh_0}{dx}$$

$$\int_0^x Q dx = \int_{h_c}^h K \cdot h \cdot dh$$

$$\int_0^x Q_0 dx = \int_{h_c}^{h_0} K \cdot h_0 \cdot dh_0$$

$$Q \cdot x = \frac{K}{2} (h^2 - h_c^2)$$

$$Q_0 \cdot x = \frac{K}{2} (h_0^2 - h_c^2)$$

Sustituyendo:

$$(h^2 - h_c^2) = (h_0^2 - h_c^2) \cdot e^{-\alpha x}$$

Tomando logaritmos

$$\log(h^2 - h_c^2) = -\alpha \cdot t \cdot \log e + \log(h_0^2 - h_c^2)$$

$$\log(h^2 - h_c^2) = -0.4343 \alpha \cdot t + \log(h_0^2 - h_c^2)$$

Que representado en gráfico semilogarítmico (figura 5), es una recta de pendiente  $-0.4343 \alpha$

Donde:

m = pendiente medida en gráfico

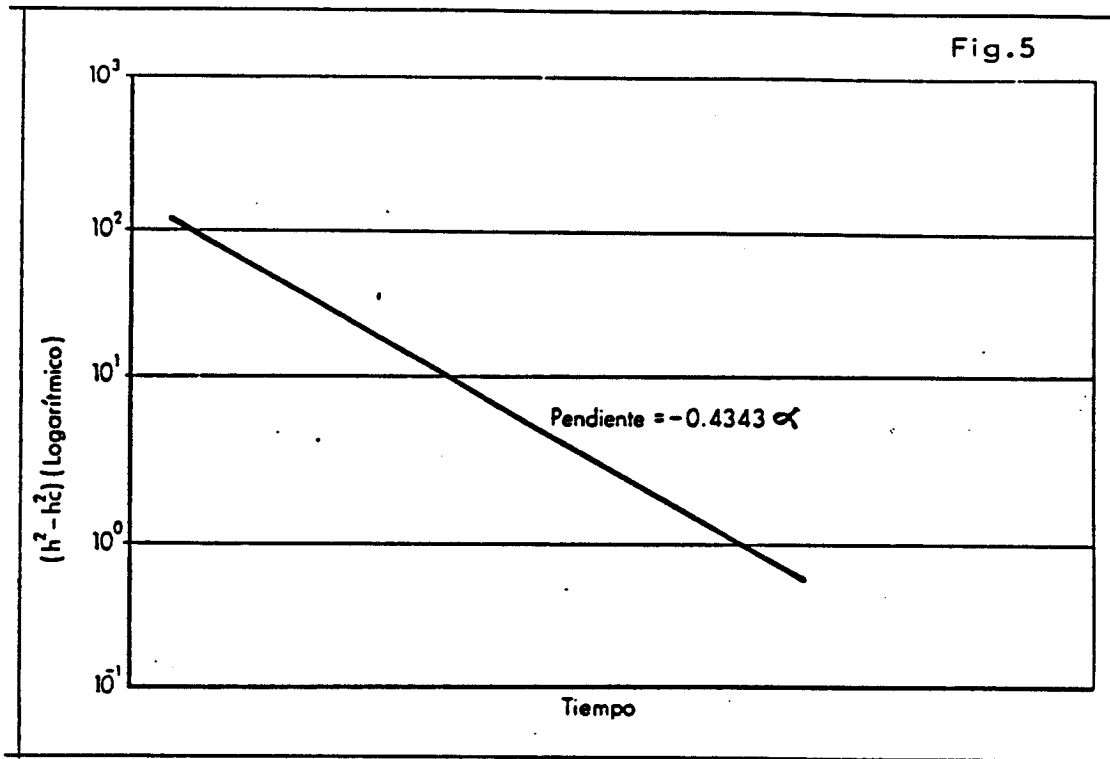
m = 0.4343  $\alpha$

y

$$\alpha = \frac{0.4343}{m}$$

Que puede ser utilizado como estimador de  $\alpha$  en el modelo MEDA de precipitación-nivel.

En esencia, se representa en un gráfico semilogarítmico los valores  $h^2 - h_c^2$ , en ordenadas y con escala logarítmica. Los valores del tiempo se llevan al eje de abscisas con escala métrica.



De la pendiente de la recta representada se estima  $\alpha$

En el caso de que el acuífero pudiera considerarse confinado, el procedimiento sería básicamente el mismo. En efecto:

$$Q = K \cdot b \frac{dh}{dx}$$

$$Q_0 = K \cdot b \frac{dh_0}{dx}$$

Donde b sería el espesor constante del acuífero.

$$\int_0^x Q dx = \int_{h_0}^h K \cdot b \cdot dh$$

$$\int_0^x Q_0 dx = \int_{h_0}^h K \cdot b \cdot dh_0$$

$$Q \cdot x = K \cdot b (h - h_c)$$

$$Q_0 \cdot x = K \cdot b (h_0 - h_c)$$

Sustituyendo:

$$(h - h_c) = (h_0 - h_c) \cdot e^{-\alpha x}$$

Que induce como se ha visto, a estimar el valor de  $\alpha$  en el gráfico semilogarítmico, donde en ordenadas se represente  $(h-h_c)$  en escala logarítmica, y en abscisas el tiempo en escala métrica.

Otra de las posibilidades que ofrece este modelo es, permitir entre ciertos límites, la estimación de recargas efectivas mensuales y, en según qué casos, la estimación de la permeabilidad de la formación.

En efecto; si la fórmula (1), permite una buena calibración entre valores reales medidos y los que se calculen a través de ella, la recarga mensual, para un ancho unitario de acuífero, vendrá dada por:

$$R_i = M (P_i - (T_i)^{\alpha})^N$$

Es obvio, que el valor de  $R_i$  está dentro de la fórmula (1) ligada a la permeabilidad  $K$  y al coeficiente de agotamiento  $\alpha$ , por la relación:

$$R_i \cdot \frac{(2x \cdot \alpha)}{K} = cte.$$

$R_i$  = Recarga del mes i

$$\alpha = \text{Coeficiente de agotamiento} = \frac{\pi^2 T}{4L^2 S}$$

$K$  = Permeabilidad

El parámetro  $\alpha$ , tiene una franja de valores obligados en función de los gráficos descritos para su estimación, su margen de variación será en general muy estrecho.

Consecuentemente, se puede jugar con la relación  $R/K$ .

$K$ , puede variar en el mismo sentido de aumento de  $R$  pero al mismo tiempo, está atrapada por un valor fijo de  $\alpha$ .

$$\alpha = \frac{\pi^2 T}{4L^2 S} \sim \frac{\pi^2 \cdot K \cdot b}{4 \cdot L^2 \cdot S}$$

Donde:

$b$  = espesor acuífero

$S$  = coeficiente de almacenamiento

Fijadas estas relaciones, puede entenderse que, fijados o acotados una serie de parámetros mediante pruebas o ensayos experimentales existe la posibilidad de estimar las restantes, una vez calibrado el modelo.

Una vez establecidos estos conceptos, para las hipótesis de acuífero libre y recarga alejada del borde de drenaje, puede deducirse la ecuación característica para el caso de acuífero libre, con punto de análisis y recarga por lluvia, próximos a dicho borde de drenaje.

La figura 6, es similar a la figura 4, pero se considera una recarga por lluvia  $w$  por metro lineal de acuífero en el sentido del corte.

El caudal  $Q_x$  que atraviesa una sección de acuífero a la distancia  $x$  del borde de drenaje, vendrá dada por:

$$Q_x = w(L - x)$$

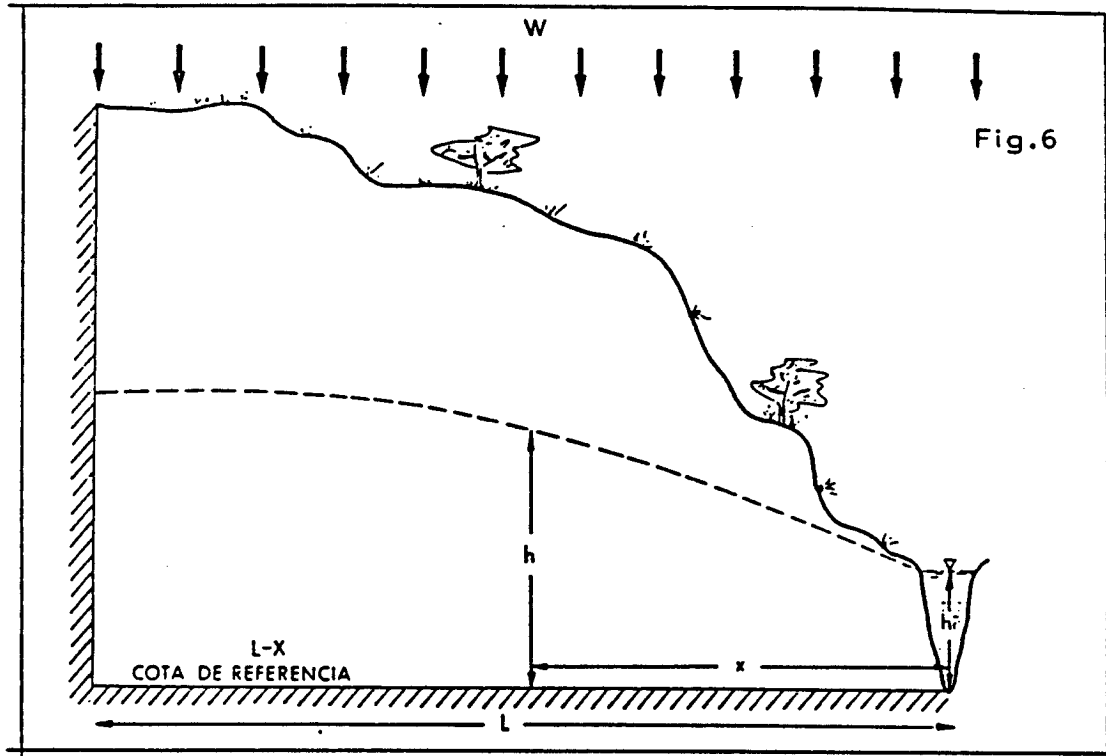
$$w(L - x) = K \cdot h \frac{dh}{dx}$$

En la que se verifica:

Como para  $x = L$  ,  $Q_x = 0$

y para  $x = 0$  ,  $Q_x = wL$





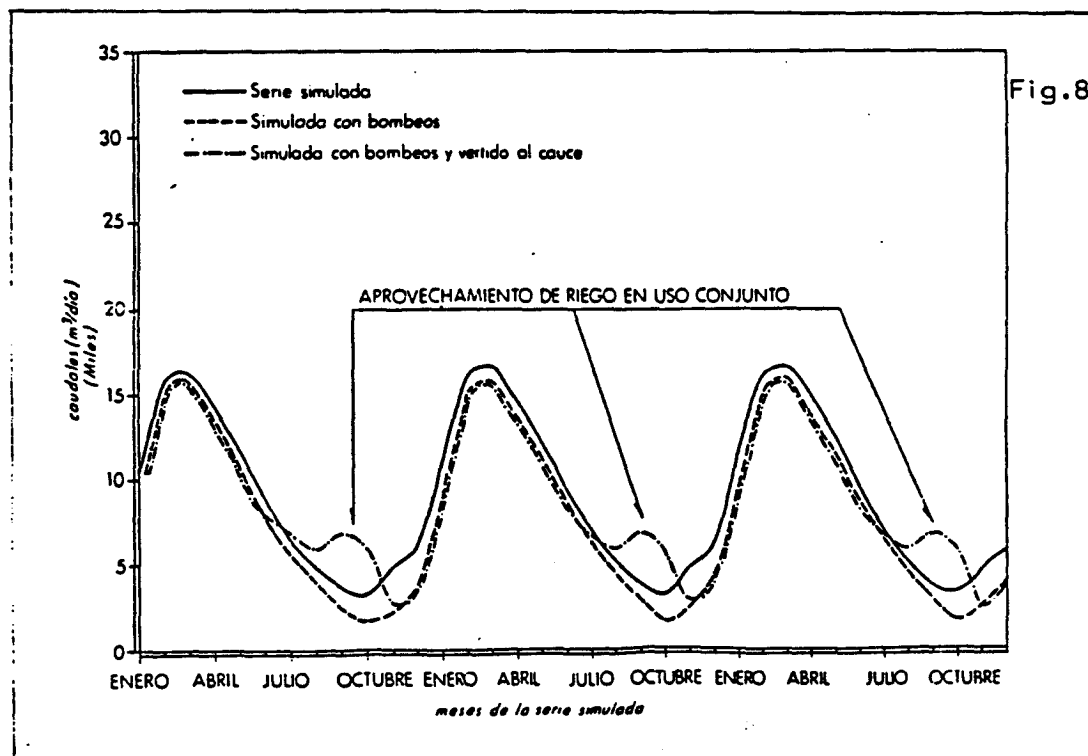
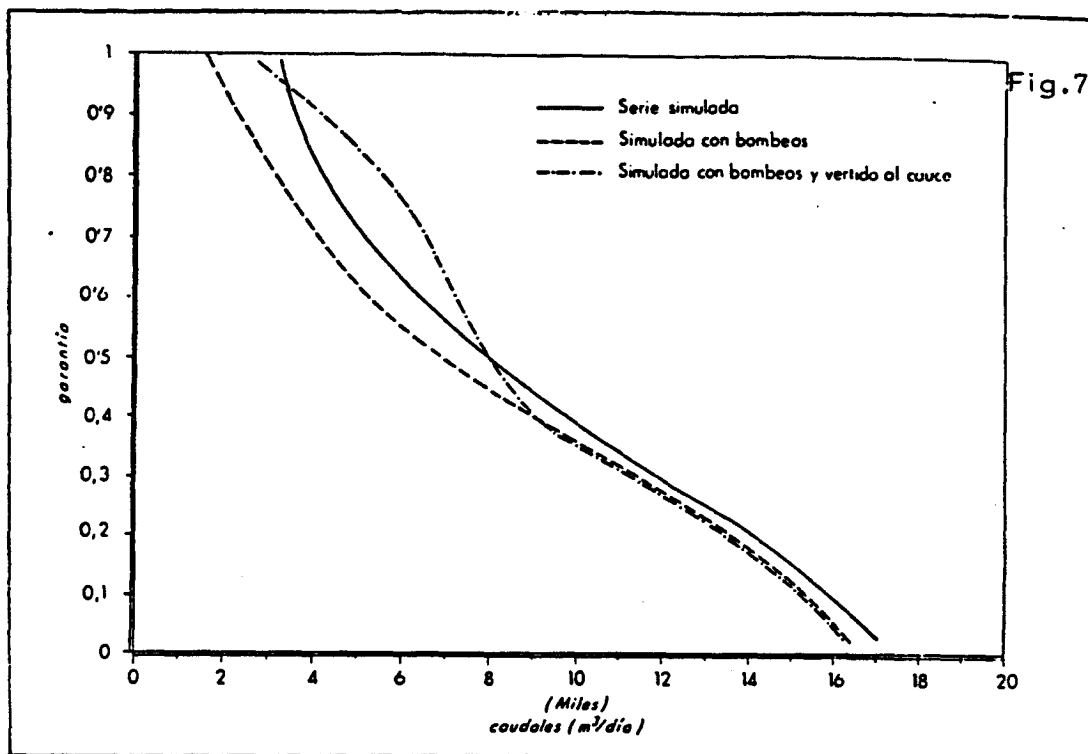
Integrando entre 0 y  $x$  y entre  $h_c$  y  $h$ :

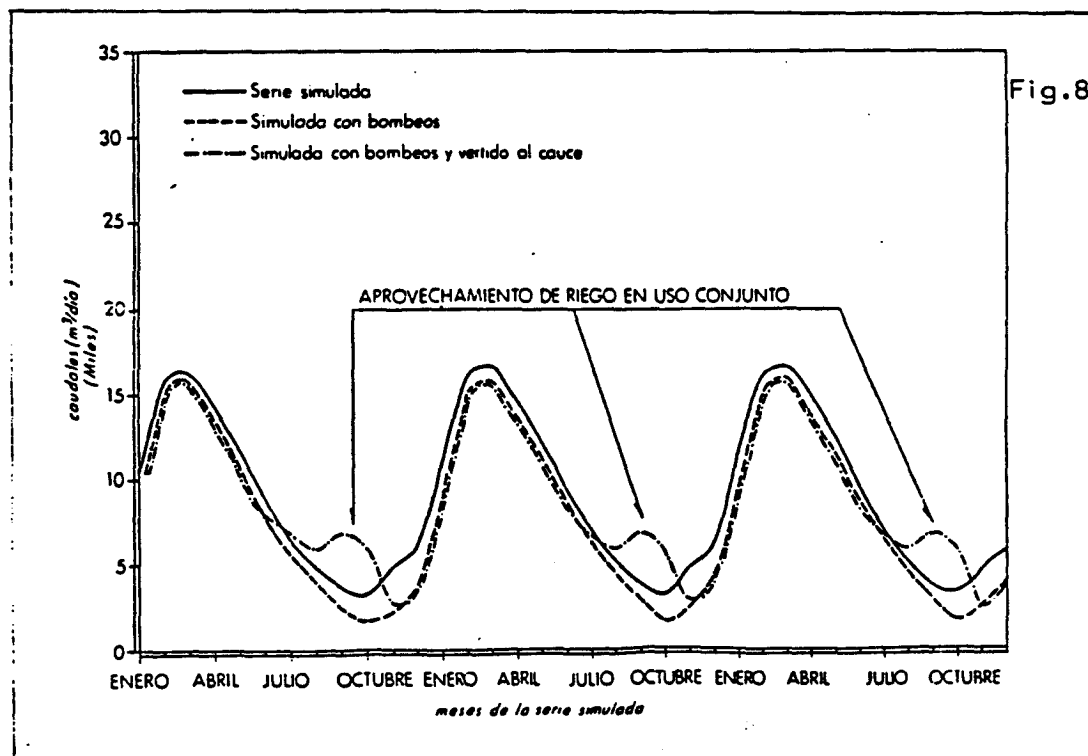
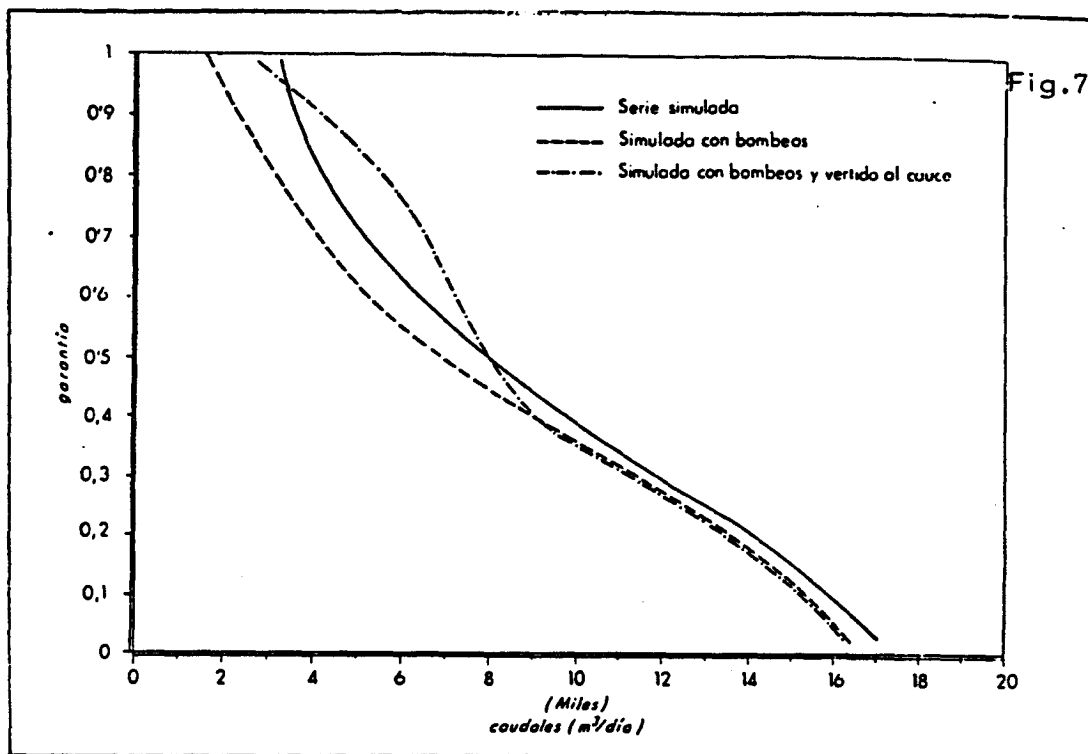
$$\int_{h_c}^h h dh = \int_0^x \frac{w}{k} (L-x) dx$$

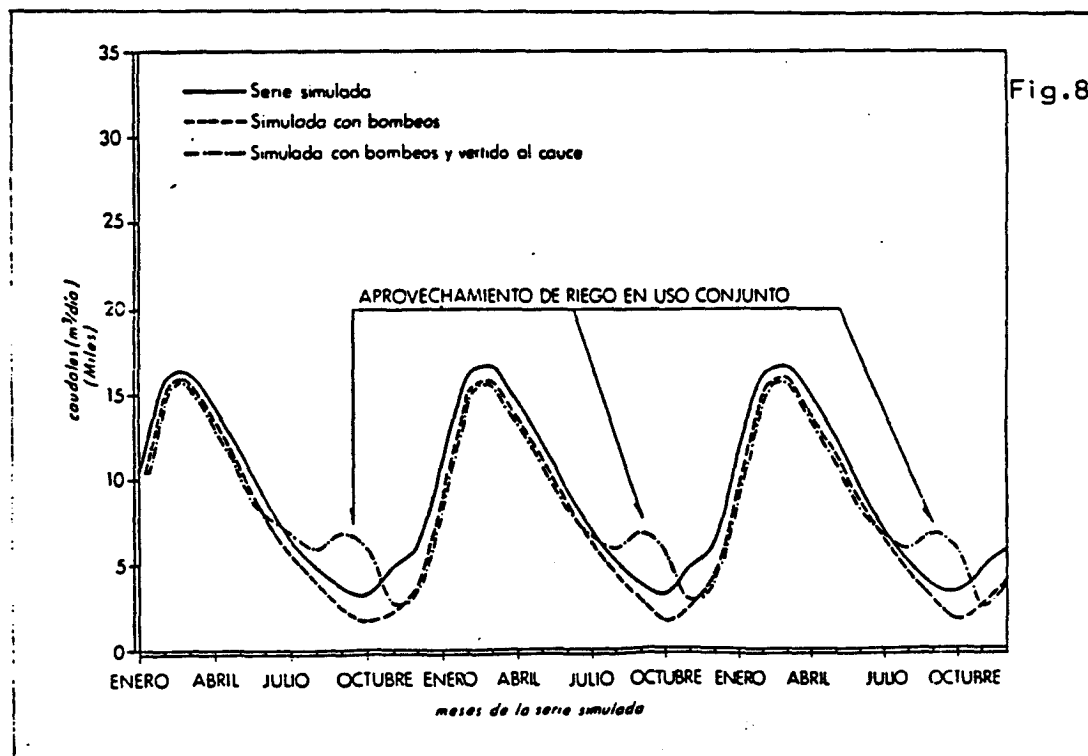
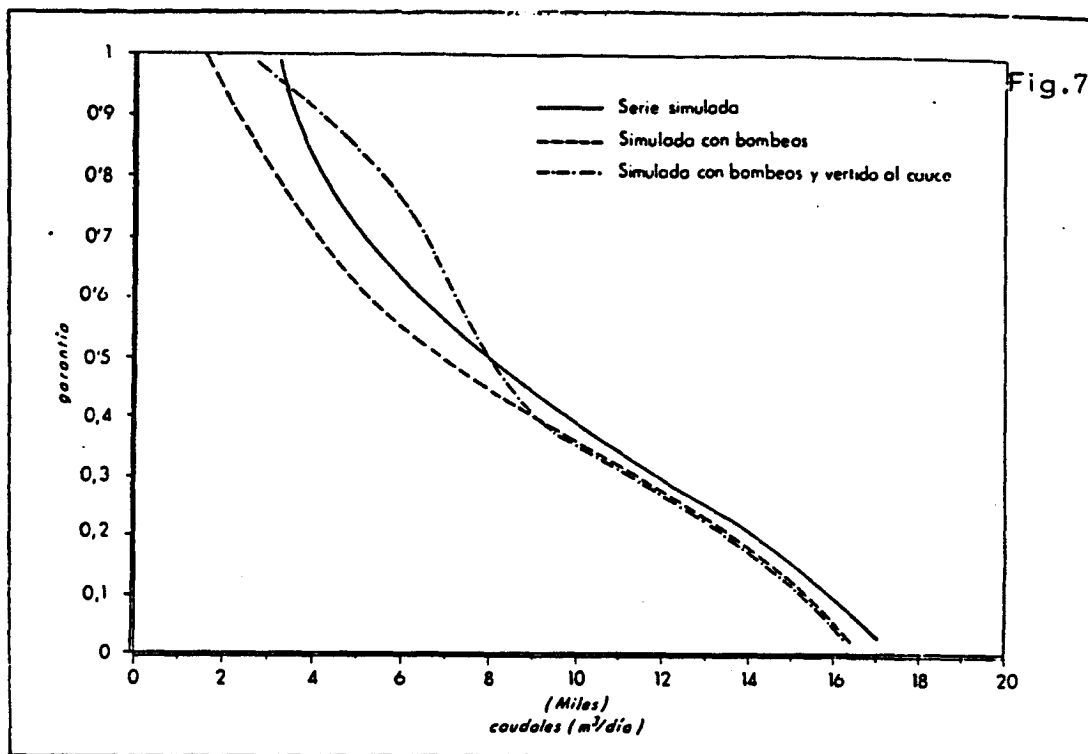
$$\frac{(h^2 - h_c^2)}{2} = \frac{w}{k} \left( Lx - \frac{x^2}{2} \right)$$

$$\frac{(h^2 - h_c^2)}{2} = \frac{w}{2K} (2Lx - x^2)$$

$$h^2 - h_c^2 = \frac{wx}{K} (2L - x)$$







$$h^2 - h_c^2 = \frac{\omega L x}{K} \left( 2 - \frac{x}{L} \right)$$

$$\omega L = \frac{K}{x \left( 2 - \frac{x}{L} \right)} (h^2 - h_c^2)$$

$$\omega L = Q$$

$$Q = \frac{K}{x \left( 2 - \frac{x}{L} \right)} (h^2 - h_c^2)$$

En consecuencia, siguiendo el desarrollo general del modelo MEDA, puede establecerse:

$$Q_{i-1} = \frac{K}{x \left( 2 - \frac{x}{L} \right)} (h_{i-1}^2 - h_c^2)$$

$$Q_i = \frac{K}{x \left( 2 - \frac{x}{L} \right)} (h_i^2 - h_c^2)$$

Que sustituido en la fórmula general, deducida en el apartado anterior del modelo MEDA de precipitación-caudal, con correlación potencial y uso de lluvia útil:

$$Q_{(i-1)} = M (P_i - (T_i)^p)^N \cdot \alpha + B \cdot Q_i$$

Se tiene:

$$\frac{K}{x \left( 2 - \frac{x}{L} \right)} (h_{i-1}^2 - h_c^2) = M (P_i - (T_i)^p)^N \cdot \alpha + \frac{BK}{x \left( 2 - \frac{x}{L} \right)} (h_i^2 - h_c^2)$$

Operando y simplificando:

$$h_{i-1}^2 = M (P_i - (T_i)^p)^N \frac{\alpha \cdot x \left( 2 - \frac{x}{L} \right)}{K} + B \cdot h_i^2 + (1 - B) h_c^2$$

De donde:

$$h_{i-1} = \sqrt{\left( M (P_i - (T_i)^p)^N \frac{\left( 2 - \frac{x}{L} \right) \alpha x}{K} + B \cdot h_i^2 + (1 - B) h_c^2 \right)} \quad (2)$$

Que sustituirá a la relación (1) para el caso de considerar el punto de análisis próximo al borde de drenaje y existir una recarga por lluvia inmediata uniformemente distribuida

Las hipótesis de acuífero cautivo, pueden desarrollarse del mismo modo que las de acuífero libre, con la salvedad de que no tendría sentido admitir recargas próximas por las propias características de confinamiento del acuífero.

El caudal  $Q$  que atravesaría una banda unitaria de acuífero de potencia  $b$ , tendría para el punto situado a distancia  $x$  del borde de drenaje de nivel constante, la expresión dada por DARCY:

$$Q_{i-1} = K \cdot b \frac{dh}{dx}$$

$$\int_0^x Q dx = K \cdot b \int_{h_c}^h dh$$

Luego:

$$Qx = Kb(h - h_c)$$

$$Q = \frac{Kb}{x}(h - h_c)$$

Siguiendo las hipótesis de correspondencia inmediata entre niveles y caudales, se tiene:

$$Q_{i-1} = \frac{Kb}{x}(h_{i-1} - h_c)$$

$$Q_i = \frac{Kb}{x}(h_i - h_c)$$

Introduciendo estos valores en la fórmula básica del modelo MEDA de precipitación-caudal:

$$Q_{i-1} = M(P_i - (T_i)^{\beta})^{\alpha} + BQ_i$$

$$\frac{Kb}{x}(h_{i-1} - h_c) = M(P_i - (T_i)^{\beta})^{\alpha} + B \frac{Kb}{x}(h_i - h_c)$$

y

$$h_{i-1} = M \left( P_i - (T_i)^{\beta} \right)^{\frac{\alpha \cdot x}{Kb}} + B h_i + (1 - B) h_c \quad (3)$$

Que restituye los niveles piezométricos para el caso de acuífero confinado y estando, naturalmente alejada la recarga del punto de análisis y del borde de drenaje.

#### 4. PROGRAMA DE ORDENADOR Y MANUAL DE USUARIO

El programa de ordenador del modelo MEDA, capaz de realizar las simulaciones basadas en los cálculos e hipótesis del diseño conceptual, se ha realizado en lenguaje BASIC, para ordenadores compatibles con sistema operativo D.O.S. y se incluye en el oportuno ANEXO de este informe.

El programa toma los datos del fichero de datos principal y de los ficheros de precipitación, temperatura, caudales reales, niveles reales, niveles reales y bombeos, utilizando aquellos requeridos en la simulación.

El nombre del fichero de datos se da interactivamente y en este se indican los nombres de los restantes ficheros a utilizar.

El programa realiza las simulaciones oportunas y graba un fichero de salida, que también es nombrado de un modo interactivo. Este fichero, incluye 5 grupos de información, relativos a características generales de la simulación, ficheros utilizados, parámetros de calibración, salida general de resultados de la simulación y estimación de recargas. Queda imprimible en formato DIN A-4, integrable en los informes correspondientes.

La versión del programa que se adjunta es la V 2.0. Sucesivas versiones lo irán mejorando, como ocurre con casi todos los programas comerciales. Tiene ya incluido las llamadas a tutor interactivo, salida a fichero LOTUS y cabeceras específicas, cuyas subrutinas aún no se han realizado, por lo que se debe dar la oportuna contestación "o" o negativa en la petición interactiva por pantalla.

El programa tiene características de didáctico por su distribución y definición de todas las variables; de modular, por permitir el acceso a 10 módulos de ejecución en la simulación, según se deseen cálculos de precipitación-caudal o precipitación-nivel, que el ajuste sea lineal o potencial, que se use precipitación o lluvia útil, o bien que el tratamiento sea adaptado a meses-años o series de datos.

Por último, las características de exposición y estructuración del programa, permiten su reforma y ampliación a cualquier usuario medianamente iniciado en técnicas de programación.



## 5. APLICACION DEL MODELO AL USO CONJUNTO

Se plantea en este apartado, el mecanismo de utilización general del modelo MEDA y su aplicación al estudio de la utilización conjunta de aguas superficiales y subterráneas, para agricultura en particular.

Para ello se va a seguir de una manera sintetizada la siguiente guía operativa:

### 5.1. Guía operativa

Imagínese un acuífero carstico que tiene una reacción rápida ante la precipitación. Este acuífero se drena por una surgencia, o por un río. En cualquier caso, el cauce tiene aprovechamientos de agua, bien de demanda continua (abastecimiento, hidroeléctrica) o bien de demanda variable (regadíos).

En una primera hipótesis, puede suponerse que se dispone de medidas mensuales de caudales de drenaje de unos 3 o 4 años. Esta serie no es representativa, por ser demasiado corta, y no daría aviso de eventuales sequías y en consecuencia de la utilización verdaderamente posible del acuífero.

Se dispone sin embargo, de una serie larga de precipitación y temperatura, (30 o 40 años). Es posible, en consecuencia utilizar el modelo MEDA en su módulo de precipitación-temperatura-caudal.

Se configura el sistema y se calibran las descargas como ya se ha visto.

El resultado es una serie de caudales simulados de descarga, de la misma longitud que las series de precipitación y temperatura. En esta serie simulada se puede estudiar que caudales y con que garantía van a poder ser realmente utilizados a lo largo del tiempo.

En una segunda hipótesis, imagínese, que la surgencia está en un cauce de aguas superficiales y no se han podido aforar las aguas de procedencia subterránea. Sin embargo se dispone de un piezómetro con medidas mensuales en los últimos tres o cuatro años.

En este caso, puede utilizarse el modelo MEDA de precipitación-temperatura-nivel, que con la adecuada configuración del sistema y calibración de evoluciones piezométricas dará, además de la serie histórica de niveles simulados, el valor de los parámetros de calibración que han permitido el ajuste.

Estos valores permiten entrar en el modelo MEDA de precipitación-temperatura-caudal y restituir a título orientativo la serie histórica de caudales.

Se está en consecuencia en las mismas condiciones de la hipótesis primera, aunque el proceso sea menos riguroso, por no ser directamente calibrable.

El modelo MEDA hasta aquí, ha permitido conocer las posibilidades reales de explotación de un acuífero a través de su surgencia, sin alterar su régimen natural.

Imagínese ahora, que pretenden dejarse satisfechas unas demandas agrícolas que ascienden, por ejemplo a unos 30 l/s, durante el cuatrimestre de estío. Estos caudales se obtendrán por bombeo en el acuífero. Sin embargo ocurrirá, que el río alimentado por el drenaje del acuífero tiene usos del agua establecidos, por ejemplo para el abastecimiento de un núcleo urbano. Los bombeos pueden dejar sin servicio o con un servicio deficiente al núcleo citado.

Tomar la decisión de si es posible, o en qué cantidad es posible, el bombeo para el uso agrícola, puede estudiarse con el apoyo del modelo MEDA.

Para ello, solo es preciso añadir el término de bombeo en la fórmula general del módulo de precipitación-temperatura-caudal a través del oportuno fichero de bombeos. La serie simulada resultante, dará la nueva estructura de las descargas del acuífero y se podrá estudiar sobre ellas si son, o no son adecuadas en cantidad, tiempo y garantía, para dejar satisfechos los usos existentes demandados por el núcleo urbano.

Sucesivos tanteos, permitirán definir el caudal de bombeo más adecuado para uso agrícola, dejando satisfecha, en la operación de uso conjunto, las necesidades impuestas por el abastecimiento y la demanda de agua para riego.

Una última posibilidad, podría llevarse a cabo ante la hipótesis de que el agua de la fuente fuera exclusivamente para riego. Las épocas en las que el acuífero suministraría caudales más bajos, son las de estío. Precisamente aquellas en que es requerida más agua para uso agrícola.

Se puede plantear una operación de uso conjunto, basada en regar con el agua superficial que es drenada hacia el cauce y en las épocas de caudales más bajos bombear agua del acuífero y verterla a dicho cauce, aumentando la aportación y el número de has. a regar.

Cada vez que se bombea, se ocasionan disminuciones de caudal en los períodos siguientes. El estudio de la operación consistiría, en tantear la época en que era necesario el bombeo y cuál era la magnitud del déficit.

Estos bombeos se incluyen en el oportuno fichero y se procede a la simulación. A la serie simulada en presencia de estos bombeos, se le debe sumar los volúmenes extraídos que se vierten al cauce, y se obtendrá así la serie de "suministro" que permitirá usos de riego más elevados que la inicial, ya que se suministra agua, bombeada, en el momento que la agricultura lo necesita, mientras que es detraída del drenaje del acuífero diferida en el tiempo.

Sucesivos tanteos, permitirían optimizar la operación.

En el siguiente apartado, se expone un ejemplo teórico y se diseña una subrutina de apoyo en el programa MEDA, para realizar con facilidad y visión gráfica las operaciones y simulaciones relatadas.

## 5.2. Utilización de la subrutina REGA. (Regulación-Garantía)

Se ha incorporado al programa una subrutina para estudio de la regulación y la garantía de la misma, que puede verse debidamente referenciada al final del listado en el oportuno anexo.

Esta subrutina, se limita sencillamente a tomar los valores de la serie simulada, discretizarlos en intervalos iguales y ver la frecuencia de valores comprendidos en cada intervalo. Posteriormente acumula estas frecuencias y lista en una tabla las probabilidades de que el caudal sea menor que cada uno de los límites de intervalos marcados.

Esta operación la efectúa para la serie simulada, la simulada en presencia de bombeos y esta última con los caudales de bombeo sumados, como correspondería al caso de vertido de agua al cauce.

Las salidas de la subrutina REGA se han importado y adaptado a una hoja SYMPHONY que se incluye en la tabla I.

Se parte de la base de que el proceso de calibración, se ha efectuado satisfactoriamente.

Los valores de CAUDAL-GARANTIA para la serie simulada sin bombeos, permiten dibujar el ábaco "REGA" en la figura 7. La curva, permite apoyo en la toma de decisiones, sobre si se desea usar cantidades bajas de agua con una garantía de suministro muy alta o bien usar más, pero con menor garantía.

Un análisis de la serie simulada, permite ver que los meses de julio, agosto, septiembre y octubre, en los que se demanda mucha agua para riego, son los de aportación más baja. Se llega a la conclusión de que bombeos complementarios de unos 500 m<sup>3</sup>/día en julio, 1200 m<sup>3</sup>/día en agosto, 4000 m<sup>3</sup>/día en septiembre y unos 4500 m<sup>3</sup>/día en octubre, podrían mantener un montante de riego entre los 6000 m<sup>3</sup>/día y 7000 m<sup>3</sup>/día para utilizar en estos meses, frente a los 3000 m<sup>3</sup>/día a 3500 m<sup>3</sup>/día que como máximo aportará el cauce en los meses de agosto y septiembre.

Al simular la serie en presencia de estos bombeos, la curva REGA de la fig. 7, se desplaza hacia la izquierda, dando menores caudales para la misma garantía o bien bajando la garantía si se quiere suministrar los mismos caudales.

Es decir, el bombeo del acuífero supone, o bien disponer de menos agua en el cauce, o bien tener la misma agua pero con menor garantía. En cualquier caso el agua extraída y utilizada en otro uso fuera del cauce, hace que la satisfacción conjunta de usos del agua sea más elevada en términos globales.

El mecanismo de comprobar esta afirmación puede ser, acudir a la última hipótesis de la tabla I en la que el agua bombeada se vierte al cauce. La curva REGA, que se deduce en este caso y que también se representa en la fig. 7, se desplaza a la derecha, en la zona de caudales más bajos a expensas de ir en sentido contrario en la zona de altos.

Se observa cualitativamente la mejora de la regulación y garantía al servicio, en la operación de uso conjunto simulada, siguiendo mecanismos de interpretación del gráfico análogos a los ya descritos.

El análisis cuantitativo de la operación debe obtenerse de la lectura de los valores de las tres series de la tabla I y cuya representación gráfica se incluye en la figura 8.

Se ha pasado de tener una disponibilidad para riegos de 3000 m<sup>3</sup>/día en los meses de estío, a poder alcanzar prácticamente el doble, gracias a la operación de uso conjunto. Es cierto, que este beneficio de estío, se lleva a expensas de disminuir los caudales al río en el mes de noviembre, diciembre y meses siguientes, pero en estos períodos el agua ya no es demandada para riegos y en cualquier caso supone ya un bien abundante.

## 6. SINTESIS Y RECOMENDACIONES

Ha sido diseñado un modelo modular que permite generar series de caudales y evolución piezométrica en base a las series de parámetros climáticos y al conjunto de parámetros físicos que configuran el sistema superficial y subterráneo.

Entre las aplicaciones posibles de este modelo, se encuentra su utilidad como herramienta de apoyo a las decisiones en operaciones de uso conjunto.

La utilización conjunta, puede y debe ser considerada como una de las mejores maneras de manejar los recursos de agua, con vista a la satisfacción de las necesidades humanas, con la adecuada garantía, en el lugar y momento que se presentan.

Respecto al uso de ésta, y generalizando, de otras herramientas numéricas de simulación, cabría reflexionar y recomendar:

Aún siendo la naturaleza compleja y desconocida, los métodos numéricos pueden ser una vía, asumiendo su error, de "dirigirla" y "domesticarla" dentro de unos márgenes de conocimiento y actuación, con frecuencia suficientes.

No es posible simular el medio natural sin haberlo investigado y conocido, dentro de los límites permitidos por el alcance e infraestructura de las posibilidades de investigación humana actual. Por ello se puede augurar tan poco éxito al matemático que simula la naturaleza sin haberla investigado, como al especialista en medio físico que desprecia la rica gama de posibilidades que a su trabajo ofrecen los métodos de simulación.

MODELO MEDA  
\*\*\*\*\*

Salida sintetizada de la subrutina REGA (regulación-garantía)  
Hoja SYMPHONY

SERIE SIMULADA SIN BOMBOS				SERIE SIMULADA CON BOMBOS				SERIE SIMULADA CON BOMBOS Y VERTIDO AL CAUCE			
VALORES DE LA SERIE				VALORES DE LA SERIE				VALORES DE LA SERIE			
ENE	10000			10000				10000			
FEB	15654			15654				15654			
MAR	16370			16370				16370			
ABR	13753			13753				13753			
MAY	11736			11736				11736			
JUN	8685	CAUDAL	GARANTIA	8685	CAUDAL	GARANTIA		8685	CAUDAL	GARANTIA	
JUL	6427			6427				6927			
AGT	4756	3007	1.000	4606	1428	1.000		5806	2384	1.000	
SEP	3519	3701	0.833	3048	2176	0.917		7048	3083	0.917	
OCT	3007	4395	0.833	1458	2923	0.833		5958	3783	0.917	
NOV	4902	5090	0.667	2406	3670	0.750		2406	4482	0.833	
DIC	5993	5784	0.667	4146	4417	0.667		4146	5181	0.833	
ENE	10929	6478	0.556	9562	5164	0.583		9562	5880	0.750	
FEB	16341	7173	0.500	15330	5911	0.583		15330	6580	0.667	
MAR	16879	7867	0.500	16130	6658	0.500		16130	7279	0.500	
ABR	14130	8561	0.500	13576	7405	0.500		13576	7978	0.500	
MAY	12015	9255	0.417	11605	8152	0.500		11605	8678	0.444	
JUN	8891	9950	0.417	8588	8899	0.417		8588	9377	0.417	
JUL	6579	10644	0.389	6355	9646	0.361		6855	10076	0.333	
AGT	4869	11338	0.333	4553	10393	0.333		5753	10776	0.333	
SEP	3603	12033	0.250	3009	11140	0.333		7009	11475	0.333	
OCT	3069	12727	0.250	1429	11888	0.250		5929	12174	0.250	
NOV	4948	13421	0.250	2385	12635	0.250		2385	12873	0.250	
DIC	6027	14115	0.222	4131	13382	0.250		4131	13573	0.222	
ENE	10954	14810	0.167	9551	14129	0.167		9551	14272	0.167	
FEB	16360	15504	0.167	15321	14876	0.167		15321	14971	0.167	
MAR	16892	16198	0.139	16124	15623	0.111		16124	15671	0.083	
ABR	14140	16892	0.028	13571	16370	0.028		13571	16370	0.000	
MAY	12023			11602				11602			
JUN	8897			8585				8585			
JUL	6584			6353				6853			
AGT	4872			4551				5751			
SEP	3605			3008				7008			
OCT	3070			1428				5928			
NOV	4949			2384				2384			
DIC	6028			4130				4130			

TABLA I

